

# Complementi di Metodi Matematici per la Fisica

Docenti: Filippo Colomo e Giuliano Panico

Sessione Estiva, Martedì 7 Luglio 2020

Compito scritto<sup>1</sup>

- 1) Si calcoli il valore dell'integrale

$$\int_0^{\infty} x^{\alpha} \ln \frac{x+a}{x+b} dx,$$

con  $0 < a < b$ , e  $-1 < \alpha < 0$ .

- 2) Si valuti, al variare del parametro  $q \in \mathbb{R}$ , il termine dominante nell'espansione asintotica di

$$I_N(q) := \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{x-i} e^{-N(x^2-2iqx)} dx$$

per  $N \rightarrow \infty$ .

- 3) Si determini, nello spazio delle distribuzioni  $\mathcal{D}'$ , la soluzione generale dell'equazione

$$x^2(x-2)f(x) = x,$$

giustificando adeguatamente il risultato.

- 4) Si consideri la seguente equazione differenziale

$$(z-1)^2(z+2)(z-3)u''(z) + 2(z-1)(z^2+1)u'(z) + 4u(z) = 0.$$

- i) Si studino i punti singolari dell'equazione e si calcolino i relativi indici.  
ii) Si determinino due soluzioni indipendenti.

---

<sup>1</sup>NB: per l'ammissione all'orale è necessario svolgere correttamente almeno un esercizio tra i primi due, e uno tra i secondi due.