

Complementi di Metodi Matematici per la Fisica

Parte I: Complementi di Analisi Complessa

Anno Accademico 2019-20

Docente: F. Colomo

Il corso è diviso in due moduli di 3 crediti ciascuno:

- (1) Complementi di analisi complessa.
- (2) Distribuzioni. Equazioni differenziali.

Nel primo modulo sono stati svolti i seguenti argomenti (indicati in corsivo, se già svolti nel corso di Metodi Matematici della laurea triennale, e qui richiamati, e/o approfonditi con esempi ed esercizi):

Richiami di analisi complessa. *Funzioni di variabile complessa. Funzioni analitiche e olomorfe. Funzioni meromorfe. Integrazione su un cammino. Teorema di Cauchy. Sviluppo di Taylor e di Laurent. Teorema dei residui. Lemma di Jordan* Residuo all'infinito. Teorema dell'indicatore logaritmico. Funzioni polidrome. Punti di diramazione e tagli. Nozione di superficie di Riemann. Teorema di unicità. Prolungamento analitico. Esempi.

Complementi di analisi complessa. *i) Funzioni razionali. Formula di interpolazione di Lagrange. Espansione in frazioni parziali. Teorema di Mittag-Leffler. Trasformata di Sommerfeld-Watson. Prodotti infiniti. Teorema di fattorizzazione di Weierstrass. ii) Rappresentazioni integrali. Trasformata di Borel. iii) Trasformazioni conformi. Trasformazioni di Moebius. Teorema di Riemann. Applicazione a problemi di elettrostatica in 2d in regioni di forma non banale.*

Semplici tecniche asintotiche. Espansioni asintotiche. Serie asintotiche. Metodo di Laplace. Approssimazione di Stirling. Metodo della fase stazionaria. Integrali di Fresnel. Metodo del punto-sella. Esempi e applicazioni.

Alcune funzioni speciali. Funzioni Gamma di Eulero. Rappresentazione di Hankel. Lemma di Watson. Funzione Zeta di Riemann. Relazione di riflessione.

Testi di riferimento:

- G. Pradisi, *Lezioni di metodi matematici della fisica*, Collana "Appunti", Edizioni delle Normale, Pisa (2012).
- L.V. Ahlfors, *Complex Analysis*, Mc. Graw-Hill, New York (1966).
- E.T. Whittaker, G.N. Watson, *A Course of Modern Analysis*, Cambridge University Press (1927, reissued, 1996).
- Yu.V. Sidorov, M.V. Fedoryuk, M.I. Shabunin, *Lectures on the Theory of Functions of a Complex Variable*, Mir Publishers, Moscow (1985).

Il Pradisi ha soprattutto il ruolo di indice ragionato degli argomenti. Per la maggior parte, questi vanno comunque approfonditi sull'Ahlfors o sul Whittaker-Watson. Per tecniche asintotiche e metodo del punto sella, si faccia riferimento al Sidorov-Fedoryuk-Shabunin.

In relazione al testo di G. Pradisi, la prima parte del corso corrisponde ai primi il corso consiste nei primi tre capitoli (fino a pag. 134). Alcune sezioni del libro (Sez. 1.2.2, 1.3, 1.4, 1.5, 2.5, 3.2, 3.3) non sono state svolte a lezione. Ne è comunque fortemente consigliata una lettura approfondita.

Altri testi consigliati (esercizi):

- M. Evgrafov et al., *Recueil de Problèmes sur la theories des fonctions analytiques*, Editions Mir, Moscou (1974).