

Metodi Matematici per la Fisica Teorica
Parte I: Complementi di Analisi Complessa
Anno Accademico 2014-15
Docente: F. Colomo

Il corso è diviso in due moduli di 3 crediti ciascuno:

- (1) Complementi di analisi complessa
- (2) Algebre di Lie e rappresentazioni.

Nel primo modulo sono stati svolti i seguenti argomenti (indicati in corsivo, se già svolti nel corso di Metodi Matematici della laurea triennale, e qui richiamati, e/o approfonditi con esempi ed esercizi):

Richiami di analisi complessa. *Funzioni di variabile complessa. Funzioni polidrome. Tagli.* Nozione di superficie di Riemann. *Funzioni analitiche e olomorfe. Funzioni meromorfe. Integrazione su un cammino. Teorema di Cauchy. Sviluppo di Taylor e di Laurent.* Teorema di unicità. Continuazione analitica con esempi. Trasformazioni conformi. Trasformazioni di Moebius.

Teorema dei residui ed applicazioni. *Teorema dei residui. Lemma di Jordan. Valor principale* Residuo all'infinito. Applicazioni. Sviluppo in poli. Espansione di Mittag-Leffler. Trasformata di Sommerfeld-Watson. Teorema dell'indicatore logaritmico. Teorema di Rouché. Prodotti infiniti e somme di Weierstrass.

Semplici tecniche asintotiche. Espansioni asintotiche. Serie asintotiche. Metodo di Laplace e Lemma di Watson. Approssimazione di Stirling. Metodo della fase stazionaria. Integrale di Fresnel. Metodo del punto-sella. Esempi.

Funzioni speciali. Funzioni Gamma di Eulero e Zeta di Riemann.

Equazioni differenziali ordinarie su \mathbb{C} . *Equazioni differenziali su \mathbb{R} . Teorema di Cauchy. Equazioni lineari del secondo ordine.* Equazioni differenziali su \mathbb{C} . Punti regolari. Soluzione per serie. Punti singolari regolari (o di Fuchs). Matrice di monodromia. Punto all'infinito. Equazioni con 1 o 2 singolarità Fuchsiane. Equazione di Eulero. Equazioni con 3 singolarità Fuchsiane. Simbolo di Papperitz Riemann. Equazione ipergeometrica. Serie ipergeometrica. Problemi a simmetria sferica. Equazione di Legendre. Polinomi di Legendre. Confluenza. Ipergeometrica confluyente. Equazione di Bessel. Funzioni di Bessel.

Testo di riferimento: G. Pradisi, *Lezioni di metodi matematici della fisica*, Collana “Appunti”, Edizioni delle Normale, Pisa (2012).

In relazione al testo di G. Pradisi, il corso consiste nei primi 4 capitoli (fino a pag. 254). Alcune sezioni del libro (Sez. 1.2.2, 1.3, 1.4, 1.5, 2.5, 3.2, 3.3, 4.4.2, 4.4.3) non sono state svolte a lezione. Ne è comunque fortemente consigliata una lettura approfondita.

Altri testi consigliati:

- L.V. Ahlfors, *Complex Analysis*, Mc. Graw-Hill, New York (1966).
- M. Evgrafov et al. *Recueil de Problèmes sur la theories des fonctions analytiques*, Editions Mir, Moscou (1974)
- Yu.V. Sidorov, M.V. Fedoryuk, M.I. Shabunin, *Lectures on the Theory of Functions of a Complex Variable*, Mir Publishers, Moscow (1985).
- E.T. Whittaker, G.N. Watson, *A Course of Modern Analysis*, Cambridge University Press (1927, reissued, 1996).