Metodi Matematici per la Fisica Teorica
Parte I: Complementi di Analisi Complessa
Anno Accademico 2016-17
Docente: F. Colomo

Il corso è diviso in due moduli di 3 crediti ciascuno:
(1) Complementi di analisi complessa
(2) Algebre di Lie e rappresentazioni.

Nel primo modulo sono stati svolti i seguenti argomenti (indicati in corsivo, se già svolti nel corso di Metodi Matematici della laurea triennale, e qui richiamati, e/o approfonditi con esempi ed esercizi):

**Richiami di analisi complessa.** *Funzioni di variabile complessa. Funzioni polidrome. Tagli.* Nozione di superficie di Riemann. *Funzioni analitiche e olomorfe. Funzioni meromorfe. Integrazione su un cammino. Teorema di Cauchy. Sviluppo di Taylor e di Laurent. Teorema di unicità. Continuazione analitica con esempi.* Trasformazioni conformi. Trasformazioni di Moebius.

**Teorema dei residui ed applicazioni.** *Teorema dei residui. Lemma di Jordan. Valor principale. Residuo all'infinito.* Applicazioni. Teorema dell'indicatore logaritmico. Sviluppo in poli. Espansione di Mittag-Leffler. Trasformata di Sommerfeld-Watson. Teorema di Rouché. Prodotti infiniti e somme di Weierstrass. Applicazioni.

**Semplici tecniche asintotiche.** Trasformata di Borel. Espansioni asintotiche. Serie asintotiche. Metodo di Laplace e Lemma di Watson. Approssimazione di Stirling. Metodo della fase stazionaria. Integrale di Fresnel. Metodo del punto-sella. Esempi.

**Funzioni speciali.** Funzioni Gamma di Eulero. Rappresentazione di Hankel. Lemma di Watson. Funzione Zeta di Riemann. Relazione di riflessione.

**Equazioni differenziali ordinarie su $\mathbb{C}$.** *Equazioni differenziali su $\mathbb{R}$. Teorema di Cauchy. Equazioni lineari del secondo ordine.* Metodo del Wronskiano, Metodo della funzione di Green. Funzione di Green e Wronskiano. Teorema di Green. Problemi al contorno in una dimensione. Applicazioni. Elettrostatica in 2D e sua funzione di Green. Teorema di Riemann e trasformazioni conformi. Problemi di elettrostatica 2D in regioni di forma non banale.

Equazioni differenziali lineari su $\mathbb{C}$. Punti regolari. Soluzione per serie. Punti singolari regolari (o di Fuchs). Matrice di monodromia. Punto all'infinito. Equazioni con 1 o 2 singolarità Fuchsiane. Equazione di Eulero. Equazioni con 3 singolarità Fuchsiane. Simbolo di Papperitz-Riemann. Equazione ipergeometrica. Serie ipergeometrica. Polinomi ipergeometrici. Confluenza. Ipergeometrica confluente. Equazione di Bessel. Funzioni di Bessel.

**Testi di riferimento:**

- G. Pradisi, *Lezioni di metodi matematici della fisica*, Collana "Appunti", Edizioni delle Normale, Pisa (2012).
- L.V. Ahlfors, *Complex Analysis*, Mc. Graw-Hill, New York (1966).
- E.T. Whittaker, G.N. Watson, *A Course of Modern Analysis*, Cambridge University Press (1927, reissued, 1996).

Il Pradisi ha soprattutto il ruolo di indice ragionato degli argomenti. Per la maggior parte, questi vanno comunque approfonditi sull'Ahlfors o sul Whittaker-Watson.

In relazione al testo di G. Pradisi, il corso consiste nei primi 4 capitoli (fino a pag. 254). Alcune sezioni del libro (Sez. 1.2.2, 1.3, 1.4, 1.5, 2.5, 3.2, 3.3, 4.5.10, 4.5.11) non sono state svolte a lezione. Ne è comunque fortemente consigliata una lettura approfondita.

**Altri testi consigliati (esercizi):**

- M. Evgrafov et al., *Recueil de Problèmes sur la theories des fonctions analytiques*, Editions Mir, Moscou (1974).
- Yu.V. Sidorov, M.V. Fedoryuk, M.I. Shabunin, *Lectures on the Theory of Functions of a Complex Variable*, Mir Publishers, Moscow (1985).